ТЕОРИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ КАК ОСНОВА СТАТИСТИЧЕСКОЙ РАДИОТЕХНИКИ

А. В. Соколов, Л. И. Филиппов

Радиотехника, 1998 г., №8. С. 48–56

Сущность теории. Со времени создания ТПП прошло 50 лет. Сегодня ее «затмили» последующие достижения статистической радиотехники примерно так же, как геометрию Лобачевского — последующее развитие математики. Поэтому для современного поколения исследователей вопрос о ее сущности далеко не тривиален. Это положение усугубляется еще и тем, что монография В. А. Котельникова, изданная в 1956 г. [1] (через 10 лет после защиты ее как докторской диссертации), больше не переиздавалась. В библиотеке ее получить практически невозможно.

В ТПП поставлен и решен вопрос о том, какую предельную (в принципе достижимую, потенциальную) помехоустойчивость при приеме сигналов в присутствии помех на входе радиоприемного устройства (РПУ) можно получить. Это сугубо математическая теория. В ней не рассматривается вопрос о том, как именно должен быть построен приемник, который обеспечит найденную теорией потенциальную помехоустойчивость. Как это стало возможным? В настоящее время ясно, что автор обнаружил принципиальные ограничения, налагаемые фундаментальными законами природы. Такая теория указывает пути повышения помехоустойчивости передачи сообщений (информации). Сравнивая помехоустойчивость реально существующих систем передачи с потенциальной, можно установить имеющиеся резервы их совершенствования.

Теория потенциальной помехоустойчивости имеет большое систематизирующее значение для всех знаний в области радиотехники как науки о передаче информации. Это «классика», которую, как известно, все почитают, но не все читают.

Настоящая статья ставит своей целью ознакомить нынешних молодых исследователей с сущностью ТПП и основными результатами ее дальнейшего развития. Она не претендует на всеохватывающий обзор современного состояния теории борьбы с помехами.

Научно-исторический фон создания ТПП. В конце 40-х годов знания в радио- и электротехнике были достаточно велики и носили строгий математический характер. Напомним, что для регулярных колебаний были давно известны законы Кирхгофа, методы контурных токов и узловых потенциалов, комплексный метод анализа при гармонических воздействиях, спектральный анализ и анализ переходных процессов.

Широко применялось описание линейных фильтров комплексным коэффициентом передачи $\dot{K}(\omega)$ и импульсным откликом $h(t)$. Спектральный и временной подходы позволяли определять выходные колебания фильтров через интеграл Фурье или интеграл Дюамеля, так что

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_{\text{вх}}\dot{K}(\omega)e^{-i\omega t}dt,$$

где $\dot{G}_{\text{вх}}$ — спектральная функция входного колебания, или

$$u_{\text{вых}}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\tau)h(t-\tau)dt.$$

Все это позволяло решать и отдельные задачи синтеза, когда по заданному входному и выходному воздействию необходимо было определить свойства требуемого при этом фильтра. Наиболее просто это осуществлялось при частном подходе, так как искомый коэффициент передачи

$$\dot{K}(\omega) = \dot{G}_{\text{вых}}(\omega)/\dot{G}_{\text{вх}}(\omega).$$

Более скромными выглядели достижения теории в области случайных колебаний (помех). Конечно, еще с 1918 г. знали о «дробовом шуме» радиоламп, десятилетием позже сумели вычислить и шум резисторов, который, правда, полагали «белым» со спектральной плотностью $N(f) = 4kTR$ (k — постоянная Больцмана). Позднее, в 1930–1934 гг. Н. Винер и А. Хинчин вывели фундаментальную формулу соотношения автокорреляционной функции $r_x(\tau)$ и энергетического спектра N_x для стационарного эргодического процесса $X(t)$ в виде преобразования Фурье

$$N_x(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} r_x(\tau)\exp(-i\omega\tau)d\tau.$$

С. Райс и В. И. Бунимович начали исследования по прохождению шумов через линейные устройства [2, 3]. Так как энергетические спектры на входе и выходе оказались связанными через квадрат модуля частотной характеристики фильтра, то оказалось возможным вычислить среднюю мощность помех на выходе в виде $P_{\text{вых}} = \int_0^\infty K^2(\omega)N_{\text{вх}}(\omega)d\omega$, в результате можно вычислить *отношение сигнал–помеха* на выходе, поскольку метод расчета прохождения сигналов в случае линейных фильтров был известен еще ранее.

Небезынтересно отметить, что историческими предшественниками статистической теории связи явились не физики, а математики. К 30-м годам уже были разработаны *теория оценки параметров* (Р. Фишер, Г. Крамер) и *теория проверки гипотез* (Дж. Нейман, Е. Пирсон); к 40-м годам стала известной общая *теория статистических решений* А. Вальда.

Эти достижения позволили сформулировать задачу синтеза оптимальных устройств, обеспечивающих наибольшее возможное ослабление помех. Был найден *оптимальный фильтр*, который из входной суммы $y(t) = S(t) + n(t)$ сигнала и помехи создает на выходе сигнал $\widehat{S}(t)$ отклоняющийся от $S(t)$ с минимально достижимой среднеквадратической ошибкой (более того, можно было потребовать создания на выходе любого линейного преобразования $Z(t)$, например, предсказания) [4, 5]. Для импульсного отклика этого фильтра было найдено фундаментальное соотношение Винера–Колмогорова–Хопфа

$$R_{zy}(\tau) = \int R_y(t-\alpha)h(\alpha)d\alpha,$$

где R — соответствующие корреляционные функции процессов.

В частности для задачи фильтрации (когда $Z(t) = S(t)$) получалась весьма физически наглядная формула вычисления частотной характеристики фильтра

$$K(\omega) = \frac{S_y(\omega)}{S_S(\omega) + S_n(\omega)},$$

где S — энергетические спектры сигналов и помех (s и n).

В 1942–1943 гг. Д. Нортс нашел *согласованный фильтр*, обеспечивающий максимум отношения пикового значения заданного сигнала к шуму (сначала «белому»). Коэффициент передачи этого фильтра

$$\dot{K}_s = e^{-i\omega T}\dot{S}_s^*(i\omega),$$

где $\dot{S}_s$ — спектральная функция сигнала, а T — его длительность [6].

Это соотношение положило начало новым работам. Появилось и понятие подоптималъных фильтров. Так, В.И. Сифоров ввел понятие оптимальной полосы резонансного фильтра с заданной АЧХ. Для «идеального» П-образного фильтра эта полоса оказалось равной 1,37/Т [7]. Количество более частных исследований было весьма велико.

Принципы, основные результаты и ограничения ТПП. Теория была создана в начале 40-х годов и представлена в качестве докторской диссертации в 1946 г. Ее появление было полной неожиданностью для научной общественности. Далеко не все были подготовлены к ее пониманию по существу и надлежащей оценке.

В ТПП поставлена и решена задача определения предельных возможностей по борьбе с флуктуационными помехами, добавлявшимися к сигналам. Эту задачу осуществляет *идеальный радиоприемник*, а обеспечиваемая им помехоустойчивость названа *потенциальной*.

Потенциальная помехоустойчивость определена для трех основных видов сообщений, которые в современной терминологии называют дискретными (или знаками m_i), параметрами (непрерывными величинами m) и функциями $m(t)$ (например, речь или музыка).

Помехоустойчивость описывалась строгими математическими критериями: это были или вероятность ошибок ($P_{\text{ош}}$) при дискретных сообщениях или среднеквадратические ошибки (при передаче параметров и функций времени) σ^2.

Математический аппарат ТПП основан на двух фундаментальных соотношениях: теореме Байеса и ортогональном разложении сигналов, помех и их сумм.

Напомним, что теорема Байеса связывает вероятности причин Π_i и следствий C_j в ситуации, когда *каждая* из причин может породить *каждое* следствие с известными вероятностями $P(C_i \,|\, \Pi_j)$. При этом

$$P(\Pi_i)\, P(C_j \,|\, \Pi_i) = P(C_j)\, P(\Pi_i \,|\, C_j).$$

Здесь $P(\Pi_i)$ и $P(C_i)$ — априорные (заранее известные) вероятности всех причин и следствий, а $P(\Pi_i \,|\, C_j$ — вероятности того, что действовали причины $i = 1,2,3,\ \ldots, M$, если известно следствие C_j. «Сила» теоремы состоит в том, что она позволяет определить вероятности всех причин, которые могли вызвать заданные следствия. Действительно,

$$P(\Pi_i \,|\, C_j) = \frac{(\Pi_i) P(C_j \,|\, \Pi_i)}{P(C_j)},$$

где номер j задан, а i по очереди принимает все возможные значения от 1 до M. Заметим, что $P(C_j)$ легко определяется по теореме о полной вероятности как

$$P(C_j) = \sum_i P(\Pi_i) P(C_j \,|\, \Pi_i).$$

Вычислив $P(\Pi_1 \,|\, C_j)$, $P(\Pi_2 \,|\, C_j)$, $\ldots$, $P(\Pi_m \,|\, C_j)$ необходимо, конечно, на какой-то из них остановиться. Это далеко не тривиальный вопрос. Однако было доказано, что если «опасность» всех ошибок одинакова, то решение R должно приниматься в пользу причин с максимальной вероятностью, т. е. $R = \max P(\Pi_i \,|\, C_j)$.

В ТПП, как и во всех последующих теориях передачи информации, *причинами* являются сигналы $s(t)$ — в дискретном или континуальном их множестве, *следствиями* являются суммы сигналов и помех, $y(t) = s(t) + n(t)$.

Задачу делают статистической два обстоятельства: неизвестность того, какой именно сигнал поступил на рассматриваемом отрезке времени T, и какое значение приняла на нем помеха.

Применение теоремы Байеса к теории борьбы с помехами усложнялось тем обстоятельством, что не ясно было, как описать «причины»

$s(t)$ и «следствия» $y(t)$, чтобы их можно было «подставить» в теорему Байеса.

В ТПП эта трудность снята применением метода ортогональных разложений. Напомним, что колебание $u(t)$ любой физической природы на отрезке времени T можно представить в виде суммы

$$u(t) = \sum_k a_k C_k(t),$$

где C_k — множество ортонормированных колебаний, т. е. колебаний, обладающих свойством

$$\int_T C_k(t) C_l dt = 0, \quad k \neq l.$$

В этом случае легко определяются коэффициенты

$$a_k = \int_T u(t) C_k dt.$$

Известен целый ряд систем ортогональных колебаний, и исследователь всегда может выбрать одну из них. Тогда оказывается, что колебание $u(t)$ однозначно определяются *набором чисел* a_k. Эти числа постоянны, если колебание $u(t)$ однозначно задано, или случайны, если $u(t)$ — случайный процесс.

Частным случаем ортогонального разложения является теорема Котельникова:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} u(k\Delta t) \frac{\sin 2\pi F_{\text{в}}(t + k\Delta t)}{2\pi F_{\text{в}}(t + k\Delta t)},$$

(F — высшая частота в спектре $u(t)$)

Она замечательна своей наглядностью, поскольку коэффициентами a_k оказываются отсчеты (выборочные значения) $u(k\Delta t)$ колебания $u(t)$. Эта теорема (известная за рубежом как теорема Найквиста) сыграла большую роль в теории и технике электросвязи. Однако парадоксальным является факт, что В. А. Котельников не использовал эту теорему в ТПП. (Она впервые появилась в другой ранней работе под названием «О пропускной способности эфира и проволоки».)

В ТПП использовано разложение сигналов, помех и их сумм в «тривиальные» ряды Фурье по косинусам и синусам колебаний кратных частот. Это было, по-видимому, следствием распространенного в то время «спектрального» мышления, и не способствовало установлению связи с ТПП исследований западных ученых, которые, наоборот, пользовались теоремой Найквиста. Нельзя не отметить, что представлением функций их выборками пользовался Э. Т. Уиттакер в 1915 г., но, следует полагать, ни Х. Найквист, ни В. А. Котельников этого не знали.

Большой методической заслугой ТПП является введение *геометрических представлений* сигналов, помех и их сумм. При этом коэффициенты a_k описывающие процессы, рассматривались как координаты N-мерного вектора в метрическом гильбертовом пространстве. Их различные комбинации приобретали наглядный физический смысл амплитуд, мощностей, фазовых соотношений и др. В. А. Котельников никогда не использовал геометрические представления для доказательства каких-либо утверждений, но «геометрия» создавала наглядность новых и часто трудно осознаваемых результатов.

Необходимо отметить, что геометрические представления широко вошли в педагогику во многих странах мира.

В. А. Котельников нашел потенциальную помехоустойчивость идеального приемника для основных типов сигналов. При этом появилась наглядная и четкая классификация сигналов на ортогональные, противоположные и др. В частности, он *теоретически* нашел множество дискретных симплексных сигналов, обеспечивающих одинаковую вероятность ошибок для всего множества используемых сигналов. Одним из фундаментальных результатов ТПП явилось четкое понимание того, что вероятность ошибок зависит не от амплитуды сигналов, а от их *энергии*, т. е. произведения мощности на длительность сигналов. Таким образом, в принципе возможна хорошая передача информации весьма слабыми, но длительными сигналами (медленная передача).

Удивительной особенностью ТПП является тот факт, что в ней не приводились структурные схемы идеальных приемников, т. е. наглядная последовательность операций, которые обеспечивали бы максимальную помехоустойчивость. Это создавало впечатление, что найдены помехоусточивости приемников, устройство которых мы не знали. Теория показала, что это возможно, так как существуют некоторые «законы сохранения», которые невозможно нарушать. Эти структуры были найдены другими исследователями позже, но, к сожалению, это потеряло свою актуальность вследствие дальнейшего развития теории оптимального приема.

Определив помехоустойчивость идеального приема, автор сравнил с нею помехоустойчивость реально существовавших систем связи. При этом, очевидно, обнаружилась целесообразность их совершенствования, поскольку помехоустойчивость реальных систем, как правило, оказывалась существенно ниже потенциальной. Было установлено также, какой тип сигналов выгоднее применять в реальных системах для увеличения помехоустойчивости. Так, стало понятно, что противоположные сигналы в принципе лучше ортогональных (дают выигрыш в мощности передатчиков). С другой стороны, позднее стало ясно, что непосредственно они неприменимы из-за непостоянства свойств линий связи (была изобретена относительная фазовая манипуляция),

Теория потенциальной помехоустойчивости оказала большое влияние на все развитие теории борьбы с помехами. Однако она не лишена недостатков, точнее, ограничений. Таких ограничений на современном этапе представляется два. Во-первых, ТПП развита в предположении флуктуационных (непрерывных, не импульсных) помех с нормальным законом распределения. Автор объяснял это тем, что флуктуационные помехи являются наиболее неустранимыми, так как возникают, в частности, непосредственно в радиоприемнике. Но это была лишь часть истины. Глубинная причина состояла в том, что правдоподобия сигналов, т. е. выражения $P(C_j \mid \Pi_i)$ при другом типе помех составить просто не удалось бы. Заметим, что в современных теориях анализа и синтеза приемников это предположение по-прежнему обычно сохраняется.

Более существенным является то, что сигналы, рассматриваемые в ТПП, не содержат случайных параметров, что на самом деле невозможно, поскольку эти параметры вносят линии передачи. Таким образом, автор предположил, что в точке приема имеют место те же сигналы, которые излучил передатчик, только ослабленные расстоянием. Сигналы же передатчика можно знать совершенно точно, поскольку их создала рассматриваемая система связи. Если не учитывать это последнее обстоятельство, то становится очевидным, почему ТПП не нашла своего *внутреннего* развития. Она была «самосдерживающейся», так как «сказала» все, что можно было «сказать» в рамках поставленной задачи. Неудивительно, что в развитие собственно ТПП сделано не более 2–3 работ аспирантов: им было просто там нечего делать [8]. Ее развитие *во вне* продолжается и сегодня.

Связь ТПП с другими статистическими формулировками задач. Как известно, назревшие идеи «носятся в воздухе». Поэтому вполне объяснимо, что в начале 50-х годов появляются сходные с ТПП постановки задач.

В 1950–1952 гг. П. Вудвортом, И. Девисом и другими исследователями был опубликован ряд работ по отысканию *оптимального приемника* [9]. Эти авторы, по-видимому, работ В. А. Котельникова не знали, но подход оказался сходным. В основе их методики лежит та же теорема Бейеса, однако авторы делали вид, что ее не существует, и доказывали ее заново на популярном уровне строгости. Это создавало впечатление полной новизны и оригинальности. Затем они вычислили распределение вероятностей (правдоподобия сигналов в современной терминологии) как $P_x(\mathrm{y}) = g(y - u_x)$, где g — «плотность вероятности для шумов», x — параметр, отличающий разные сигналы u_x, широко используя теорему Котельникова–Найквиста. В результате было выведено фундаментальное соотношение для апостериорной вероятности при заданном (принятом) y

$$P_y(x) = kP(x)\exp\left[-\frac{1}{N_0}\int(y-u_x)^2dt\right].$$

Раскрытие скобок приводило (при некоторых дополнительных предположениях) к тому, что приемник должен вычислить величину

$$q = \int y(t) u_x(t) dt$$

и принять решение в пользу того x, которое например максимизирует q.

Это было зарождение великой идеи корреляционного приема. Инженерам, по-видимому, впервые стало ясно, что апостериорная вероятность — не абстрактная идея, а результат определенных физических операций: интегрирование произведения $y(t)$ поочередно или параллельно на все u_{x} и выбор наибольшего из них (рис. 1).

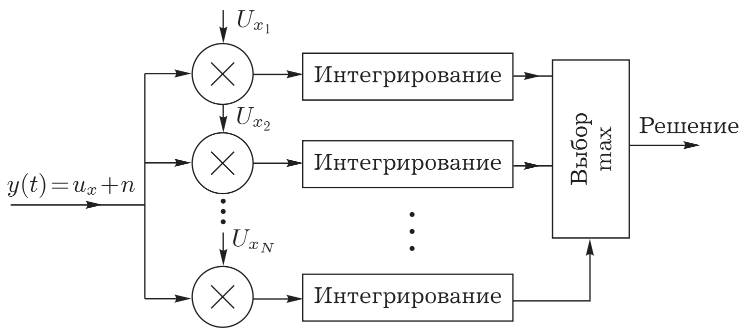

Рис. 1

Здесь еще не уточняется, что такое u_x: это просто «все возможные сигналы», которые, очевидно, необходимо генерировать в точке приема как «образцы».

В дальнейшем эти идеи были применены к приему импульсных радиолокационных сигналов (при этом под x понималось запаздывание). В данном случае, по-видимому, впервые используется идея усреднения результатов по «случайному параметру», которым является начальная фаза сигналов (напомним, что в ТПП таких параметров нет). Здесь же было показано, что использование корреляционного приемника и приемника на согласованных фильтрах эквивалентно по результатам.

Пятидесятые годы — период расцвета теории приема слабых сигналов. В рамках отведенного места можно только упомянуть наиболее значимые вехи. Так, Т. Бердсол и В. Фоке подробно рассмотрели критерии принятия решений о присутствии сигналов: максимального отношения правдоподобий, Неймана–Пирсона, «идеального наблюдателя» (он же критерий Котельникова) и др. Они рассмотрели ряд частных случаев сигналов со случайными параметрами и построили рабочие характеристики оптимальных приемников (зависимость вероятности ошибок от отношения сигнала к помехе). Впервые был рассмотрен также случай распознавания M ортогональных сигналов.

Д. Мидлтон и Д. Ван-Метер обобщили современные им результаты в строгой математической форме [10]. Они ввели понятия о пространствах (множествах) сигналов S и помех N, которые смешивались (не обязательно просто суммируясь), образуя пространство наблюдений v. По некоторому правилу δ требуется принять решение γ о сигнале. Это правило $\delta = \delta(\gamma|v;\, s)$ необходимо найти и сравнить различные правила, если введена *функция потерь* $J(s,\gamma)$ для всех сочетаний s и γ. Авторы рассмотрели различные функции потерь: «стоимость» потерь от решения γ при фактическом сигнале s («риск»), потерь информации по Шеннону $(-\ln p(s,\gamma))$ и др. Эти общие идеи авторы раскрыли по отношению к задачам обнаружения сигналов, распознавания и измерения параметров (как это было у В. А. Котельникова). Авторы были математиками и смело писали устрашающие практиков выражения, вроде формулы потерь

$$Y(\sigma,\, \delta) = \int\!\!\int\!\!\int J(s,\, \gamma)\sigma(s)F_s(v)\delta(\gamma|v)\, ds\, dv\, d\gamma,$$

где σ, F, δ — плотности вероятностей соответствующих величин.

Работы Д. Мидлтона и Д. Ван-Метера вызвали огромное количество частных публикаций. Нельзя здесь не отметить вклад С. Раиса, Л. Заде, П. Вудворта, К. Хелстрома и В. Зиберта. Работа последнего под характерным названием «Философия радиолокационного обнаружения» стала «энциклопедией» последующего развития радиолокации, где проблема отношения сигнал–помеха особенно остра [11]. Сравнительно подробная библиография приведена в [12, 13].

Адаптивный прием в искажающих каналах. Уже первые исследователи в теории приема сигналов осознали, что «точно известные сигналы» — это абстракция, поскольку между передатчиком и приемником находится среда распространения сигналов (линия) (рис. 2). Поэтому сигналы на входе РПУ, $s_2(t,\, m)$, не могут совпадать с сигналами передатчика, $s_1(t,\, m)$, и быть, таким образом, «точно известными». Первые исследователи учитывали наличие линии введением предположения о наличии в сигналах случайно изменяющейся амплитуды или начальной фазы. Соответствующие алгоритмы обработки $y(t)$ и рабочие характеристики приемников были определены и в общем сводились к той же идее корреляции или согласованной фильтрации.

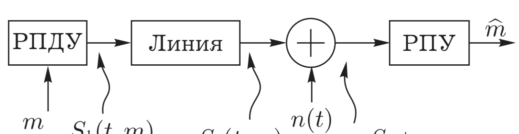

Рис. 2

В 60-х годах было найдено, что если линия описывается импульсным откликом, то, используя интеграл Дюамеля и выборочное представление $h(\tau)$, с почина П. Белло и Т. Кейлатса, сигнал $s_1(t)$ можно представить в виде

$$s_2(t) = \frac{2\pi}{\Delta\omega_s}\left[\sum_k h_k s_1(t - k\Delta t) - \sum_k \widetilde{h}_k \widetilde{s}_1(t - \Delta t)\right],$$

где h_k и $\widetilde{h}_k$ — выборочные значения из $h(\tau)$ и сопряженного ему $\widetilde{h}(\tau)$; $\Delta\omega_s$ — полоса, в которой анализируется линия; Δt — интервал между выборками из $s_1(t)$, определяемый полосой его частот [14, 15].

Это означало, что в общем случае линия может вносить в s_1 «много» параметров $\alpha_k = 2\pi h_k/\Delta\omega_s$, $\widetilde{\alpha}_k = 2\pi\widetilde{h}_k/\Delta\omega_s$. Поскольку отклик линии изменяется во времени так, что $h = h(\tau,t)$, то параметры α_k, $\widetilde{\alpha}_k$ становятся случайными процессами. Если длительность отклика линии равна $\tau_{\text{кан}}$, а выборки из $h(\tau)$ берутся через $\Delta t = 1/\Delta f_s$, то количество случайных параметров $k = 2\Delta f_s \tau_{\text{кан}}$. Так возникло представление об узкополосных ($\Delta f_s \tau_{\text{кан}} \ll 1$) и широкополосных ($\Delta f_s \tau_{\text{кан}} \gg 1$) ситуациях.

В первом случае линия вносит в s_1 случайные амплитуду и фазу. Именно это рассматривается в ранних работах, где борьба со случайностями амплитуд и фаз осуществлялась путем осреднения апостериорных вероятностей по законам их распределения. В результате изменялась структура приемников и повышалась вероятность ошибок.

Однако в 60-х годах исследователям в СССР и США стало ясно, что усреднение это не наибольшее, что можно сделать со случайными параметрами. Пользуясь сравнительной медленностью их изменения, параметры можно измерить, точнее оценить и, следовательно, сделать сигналы в точке приема почти точно известными, что приведет к снижению вероятности ошибок. Сначала (Р. Прайс, У. Линдси и др.) способ оценки параметров не рассматривали, делая о них некоторые предположения (например, что эти параметры сохраняются в течение всего сеанса связи) [16, 17]. Затем развилась теория оценки параметров линии с помощью особых испытательных сигналов (П. Эйкгоф и др.). Лишь позднее стало очевидным, что можно построить единую структуру, которая будет одновременно оценивать параметры линии связи и выносить оптимальные решения о сигналах [18, 19]. Это были *адаптивные приемники*, приспосабливающиеся к изменяющимся свойствам линии (полная теория для дискретных сигналов изложена в [20]).

На рис. 3 представлена структурная схема адаптивного приемника бинарных ортогональных сигналов. Можно убедиться, что в точках a_1 и a_2 будут получены оценки параметров α_0 и $\widetilde{\alpha}_0$ В точках b_1 и b_2 будут построены «образцы» искаженных сигналов в виде

$$s_2(t,\, m_1) = \widehat{\alpha}_0 s_1(t,m_1) - \widehat{\widetilde{\alpha}} s_1(t,m_1),$$
$$s_2(t,\, m_2) = \widehat{\alpha}_0 s_1(t,m_2) - \widehat{\widetilde{\alpha}} s_1(t,m_2),$$

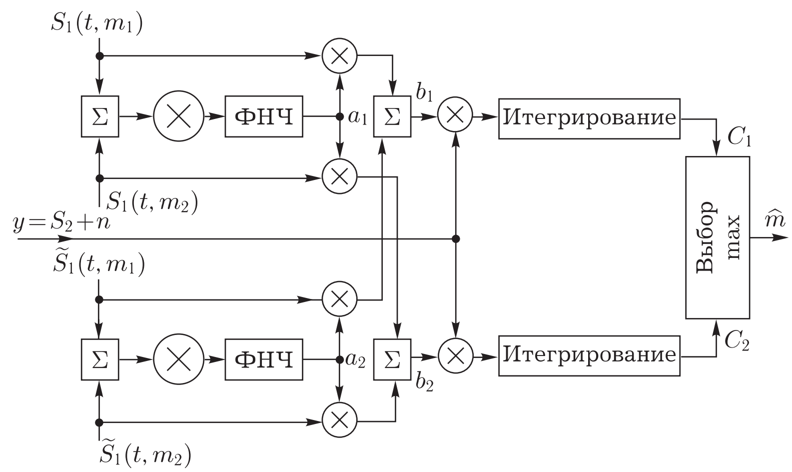

Рис. 3

В точках c_1 и c_2 произведена корреляция принятой реализации $y(t)$ с «образцами» искаженных и «исправленных» сигналов. Далее происходит выбор большего результата и решение в пользу этого сигнала.

Задача существенно усложняется, если имеет место ситуация $\Delta f_s \tau_{\text{кан}} \gg 1$ (широкополосные сигналы или инерционная линия передачи). В этом случае необходимо оценивать $K \gg 1$ параметров. Соответствующая структура поддается строгому синтезу и приведена на рис. 4 в качестве примера одной из реализаций. Так как линия приносит к приемнику k реализаций сигналов s_1 с запаздываниями $k\Delta t$, то необходимы линии задержки с отводами. Каждый параметр α_k, $\widetilde{\alpha}_k$ оценивается отдельно, а затем строятся «образцы». Местные сигналы $s_1(t,m_i)$ здесь создаются не на частоте принятых сигналов ω_0, а на частоте $\omega_0 - \omega_{\text{пр}}$, где $\omega_{\text{пр}}$ — выбранная пониженная частота («промежуточная»). Структура рис. 4 может быть упрощена (см. [20]). Таким образом, оптимальный адаптивный приемник вычисляет и сравнивает величины

$$b_i = \int\limits_0^T y(t) \sum_k \left[\widetilde{a}_k s_i(t - k\Delta t, m_i) - \widehat{\widetilde{\alpha}}_k \widetilde{s}_i(t - k\Delta t, m_i) \right] dt$$

для обоих сигналов (m_1 и m_2). При M-арных сигналах подобных величин потребуется вычислить M. Отсюда ясна сложность адаптивного радиоприема. Объективно говоря, всегда следует оценивать, что целесообразней: построить адаптивный приемник или повысить мощность передатчика. Следует, впрочем, заметить, что возможны ситуации, когда увеличение отношения сигнал–шум не будет приводить к существенному снижению вероятности ошибок (например, при сложении разнесенных сигналов.

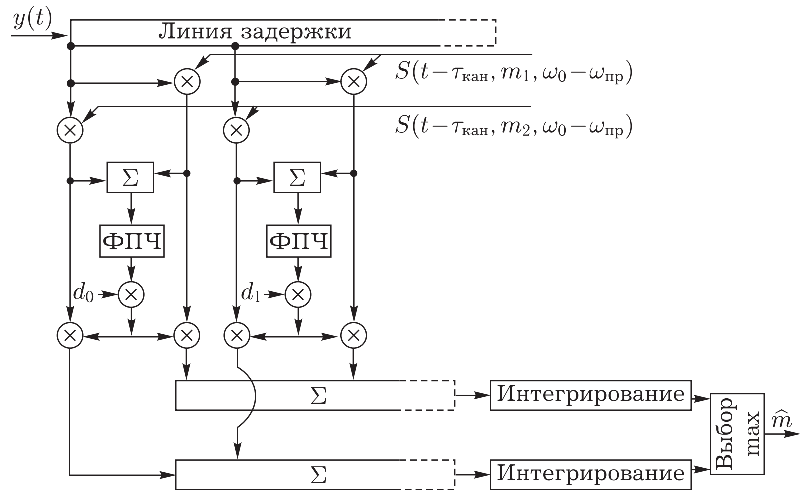

Рис. 4

В настоящее время рассмотрено большое разнообразие вариантов адаптивных приемников в разных ситуациях (см. библиографию в [20]).

Линейная и нелинейная фильтрация сообщений. Первые обобщающие работы по теории фильтрации появились в 60-х годах (Р. Калман и Р. Бьюси). Они получили линейное дифференциальное уравнение для оценки векторного процесса $\overline{m}(t)$. Их изложение носило нарочито усложненный характер, что не способствовало прямому применению теории в радиотехнике. Нельзя не отметить также более ранние результаты, полученные Р. Л. Стратоновичем. Однако несколько позже стало ясно, что оценка процесса $m(t)$, который нелинейно входит в выражение сигнала $s(t, m(t))$, является отдельной и нетривиальной задачей. Небезынтересно отметить, что сначала виды модуляций делили на прямые и непрямые, при этом амплитудная и фазовая модуляции попадали в прямые, а частотная — в непрямые. Теперь стало ясно, что область нелинейной модуляции значительно шире.

В развитии теории нелинейной фильтрации явно обнаружились два направления. Одно было основано на использовании для описания процессов многомерных законов распределения, как в задачах обнаружения и распознавания (И. А. Большаков, В. Г. Репин, П. А. Бакут и др. [22–24]). Этот подход получил название «гауссовского». Другое направление базировалось на использовании марковских процессов (Р. Л. Стратонович, В. И. Тихонов, Ю. Г. Сосулин, М. С. Ярлыков, Н. К. Кульман, Р. Бьюси, Т. Ван-Трис и др. [21–27, 34]. В «гауссовском» варианте для оценки $m(t)$ получено весьма общее и наглядное уравнение

$$m(t) = \frac{2}{N_0}\int B_m(t-\tau)\,[s(\tau,\widehat{m}(\tau))]\,\frac{\partial s(\tau,\widehat{m}(\tau))}{\partial \widehat{m}}d\tau,$$

где $B_m(\tau)$ — автокорреляционная функция процесса $m(t)$, известная априорно.

Схема, «решающая» уравнение, приведена на рис. 5, хорошо интерпретируется физически. Из уравнения видно, что интеграл представляет собой результат прохождения разности в скобках через линейный фильтр с откликом $B_m(t)$. В схеме неизбежен подстраиваемый генератор.

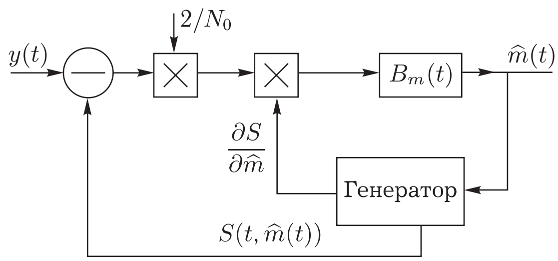

Рис. 5

«Марковское» направление было менее привычным для инженеров. Синтез оптимального устройства для извлечения сообщения $\lambda(t)$ из смеси $y(t) = s(t,\lambda(\tau) + n(t))$ здесь привел к достаточно сложному интегродифференциальному уравнению [21, 26, 34]. Оно упрощается при ряде предположений (в частности, в условиях применимости гауссовской аппроксимации) и дает возможность построить сравнительно просто интерпретируемую структуру и вычислить дисперсию ошибок. Структура работает на принципе слежения за изменением фазы сигнала и подстройкой местного генератора.

Оба подхода по результатам оказались близкими, что в частности свидетельствует об их адекватности задаче. Соотношение обоих подходов содержательно рассмотрены в работах В. И. Тихонова [28, 29]. В последующие годы теория фильтрации бурно развивалась в направлениях управления сложными объектами, адаптивными системами с неполной априорной информацией, в многокритериальном синтезе.

«Информационный» подход. Его развил К. Шеннон, исходя из ранее опубликованных работ Р. Хартли. Он учел неравновероятность возможных «выборок» при создании потока знаков (информации) и получил, пожалуй, самое известное выражение для среднего количества генерируемой информации

$$H = -\sum_{i=1}^{M} P_i \ln P_i,$$

названного энтропией. Она вычислена и в случае зависимых знаков. При рассмотрении процесса передачи знаков была определена энтропия *полученного* сообщения $H(y)$; затем определена скорость передачи и пропускная способность канала

$$C = \max\,[H(x) - H_y(x)],$$

где $H_y(x)$ — энтропия на входе при заданном y.

Максимум здесь должен отыскиваться по всем источникам и способам кодирования сообщений (последние теорией не указывались). Принципиальной заслугой теории является доказательство того, что в принципе можно передавать информацию со сколь угодно малой вероятностью ошибок, если только скорость передачи R не превышает C ($R < C$). Это подтверждает и вывод о том, что помехи ограничивают не точность передачи, а ее скорость.

При обобщении понятия «количества информации» на непрерывные сигналы (не дискретные) было выведено выражение для *предельно достижимой* пропускной способности канала

$$C = W \ln(l + P/N),$$

где W — отведенная полоса частот, а P и N — средние мощности сигнала и помех.

Доказательство приведенного выражения весьма сложно и нелегко интерпретируется. Однако ни одна из известных систем связи пока не «нарушила» эту формулу. Она хорошо увязывается с выводами ТПП в части передачи непрерывных сигналов.

Не внося явного вклада в теорию синтеза оптимальных устройств, теория Шеннона способствовала бурному развитию теории кодирования. Последняя на сегодняшний день составляет самостоятельную область знаний. Была развита теория *эффективного кодирования* при отсутствии помех, когда ставится задача предельно сжать заданный текст.

С современной точки зрения становится ясным, что информационный подход не мог внести новое в теорию синтеза оптимальных устройств. Непосредственной и прямой оценкой работы приемника является вероятность ошибок. Информационная же мера Шеннона построена путем «свертывания» этих вероятностей в одно число — энтропию H. Она не содержит больше данных, чем составляющие ее вероятности.

Теорию информации пытались применить даже для измерения *смысла* в литературе и других гуманитарных областях. Лишь позднее всем стало ясно, что предложенная мера основана на статистике знаков, но никак не учитывает смысла. Конечно, если предположить, что «количество смысла» пропорционально числу знаков, то чем быстрее передавать, тем лучше. Но всегда ли это предположение имеет место?

Теория передачи сообщений при импульсных помехах. Напомним, что большинство ранее описанных результатов были получены в предположении флуктуационных помех. Только в этом случае удается построить логически стройную теорию синтеза и анализа, вычисляя правдоподобие сигналов.

Первые предложения по борьбе с импульсными помехами носили эвристический характер и часто исходили также от В. А. Котельникова.

Широко известны метод ШОУ (каскад из широкополосного усилителя, ограничителя и узкополосного усилителя), предложенный еще в 1946 г. [30], и компенсационный метод (путем вычитания с «образцом») [31], способ растяжения импульсов и «тривиального» прерывания на время импульса. Все они проанализированы в [32].

Позднее появились исследования, основанные на статистических моделях импульсных помех. Синтезирован оптимальный приемник при условии независимых выборок из импульсной помехи [33]. Он оказался теоретически бесконечномерным, содержащим нелинейные элементы и фильтры. Отметим, что при некоторых дополнительных предположениях из теории следовала обработка, близкая к методу ШОУ. В ряде работ получен алгоритм обработки суммы флуктуационных и импульсных помех при весьма простых их моделях [34]. Эти алгоритмы носят компенсационный характер. Интересен метод, основанный на представлении закона распределения импульсной помехи в виде суммы гауссовских распределений. Достаточно полный обзор работ дан в [35].

В целом следует отметить, что теории борьбы с импульсными помехами, эквивалентной по своей полноте теории оптимального приема при флуктуационных помехах, пока не существует. Здесь дело за новыми поколениями исследователей.

Трудно провести строгую численную оценку, однако представляется, что в радиоэлектронике нет более развитой области знаний, чем теория борьбы с помехами и, в частности, теории оптимального радиоприема. Число печатных работ здесь исчисляется сотнями, если не тысячами (полного обзора в библиографии на сегодня нет).

Однако однозначно можно назвать первоисточник этого потока — ТПП. Она не охватила весь круг вопросов: в ней нет случайных параметров, которые расширяют область исследований, и использована одна модель помехи. Но ТПП указала фундаментальный метод анализа. Она толкнула мысль последующих исследователей в правильном направлении, показав им возможность перехода от эвристики и изобретательства к строгим методам математического синтеза.

Эта теория не исследует возможности использования других, например, широкополосных сигналов, новых переносчиков или изощренных кодов. Однако указав на существенное расхождение потенциальной помехоустойчивости с реальной, она стимулировала поиски. Не удивительно поэтому, что, например, теория кодирования превратилась в самостоятельную область исследований, часто не доступную «не посвященным».

Литература

1. *Котельников В. А.* Теория потенциальной помехоустойчивости. — М.: Госэнергоиздат, 1956.; Kotelnikov V. A. The Theory of optimum noise immunity. McGraw Hill book co. Inc; New York, 1959.
2. *Rise S. O.* Techn. J., 1944, v. 23, pp. 282–332; 1945, v. 24, pp. 46–156.
3. *Бунимович В. И.* Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах. — М: Сов. радио, 1951.
4. *Колмогоров А. И.* — Изв. АН СССР. Сер. Математика, 1941, т. 5, с. 5–14.
5. *Wiener N.* Extrapolation, interpolation and smothing of stationary time series. — NY, 1949.
6. *North D.* — RCA Techn. Rep., 1943, v. 66, № 6, 160 p.
7. *Сифоров В. И.* — Радиотехника, 1946, № 1, с. 60–65.
8. *Филиппов Л. И.* — Радиотехника, 1955, № 10, с. 60–65.
9. *Woodward Ph, Davies I.* — Proc. IRE, 1952, v. 99, pt. 3, № 58, pp. 37–40.
10. *Middleton D, Van Metier D.-S.* Soc. Appl Math., 1955, v. 3, № 12, pp. 192–253; 1956, v. 4, № 6, pp. 86–119.
11. *Sibert W.* — IRE Trans. Inf. Theory, 1954, v. 2, sept, pp. 204–215.
12. *Гуткин Л. С.* Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. — М: Наука, 1972.
13. *Филиппов Л. И.* В кн.: Современная радиоэлектроника. Гл. 2. — М; Наука, 1993.
14. *Bella P.* — Trans. IEEE, 1963, v. 10, № 2, pp. 140–150.
15. *Kailtath T.* — MTI Techn Rep., 1959; IRE Trans. Inf. Theory, 1960, v. 2, № 5, pp. 155–168.
16. *Price R.* — IRE Trans. Inf. Theory, 1962, v. 2, № 5, pp. 44–58.
17. *Undsey W.* — IRE Trans. Inf. Theory, 1964, v. 10, № 4, pp. 258–270.
18. *Смольянинов В. М., Филиппов Л. И.* Синтез оптимальных приемников дискретных сигналов. — М.: Высш. шк., 1973.
19. *Fillppov L., Smolj'aninov V.* — Trans. Inf. Theory, 1966, № 12, pp. 140–145.
20. *Филиппов Л. И.* Основы теории приема дискретных сигналов. — М.: Наука, 1974.
21. *Ярлыков М. С.* Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. — М: Сов. радио, 1980.
22. *Стратонович Р. Л.* Принципы адаптивного радиоприема. — М.: Сов. радио, 1973.
23. *Бакут П. А., Большаков И. А., Герасимов Б. М. и др.* Вопросы статистической теории сигналов. — М: Сов. радио, 1963, т. 1; 1964, т. 2.
24. *Сосулин Ю. Г.* Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. — М: Сов. радио, 1978.
25. *Стратонович Р. Л.* — Радиотехника и электроника, 1960, № 11, с. 1751–1753.
26. *Тихонов В. И., Кульман Н. К.* Нелинейная фильтрация и квазиоптимальный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1975.
27. *Bucy R. S.* — IEEE Trans. Automat Contr., 1965, v. 10, № 2, pp. 198–216.
28. *Тихонов В. И.* — Радиотехника, 1983, № 11, с. 11–26.
29. *Тихонов В. И.* — Радиотехника, 1995, № 4–5, с. 63–67.

30. *Щукин А. Н.* Изв. АН СССР. Сер. Физика, 1946, вып. 1, с. 46.
31. *Кизник В. А.* — Электросвязь, 1956, № 8, с. 52.
32. *Гольдберг А. П.* — Электросвязь, 1966, № 2, с. 68–75.
33. *Панкратов В. С., Антонов О. Б.* — Электросвязь, 1967, № 9, с. 75–82.
34. *Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов. — М.: Сов. радио, 1983.
35. *Венскаускас К., Малахов Л. М.* — Зарубежная электроника, 1978, № 1, с. 68–78.